

利用传感器判决门限联合优化的 串行检测融合算法

相明, 张亚明, 葛新雷

(西安交通大学电子与信息工程学院, 710049, 西安)

摘要: 针对传感器观测相关的条件下最优分布式检测融合算法较为复杂这一问题, 提出了一种基于似然比判决规则的系统性能优化方法. 该方法的基本思想是, 限定各部传感器采用似然比判决规则, 并在此约束条件下, 联合优化各部传感器的判决门限, 以使系统检测性能达到最优. 对于由 N 部传感器组成的分布式串行检测融合系统, 在 Bayes 准则下推导了各部传感器判决门限联合最优化的必要条件, 得到了最优传感器判决门限满足的系统方程, 并在此基础上给出了求解最优传感器判决门限的数值迭代算法. 由于将传感器判决规则的联合优化问题简化为了判决门限的联合优化问题, 因此该算法计算量较小, 收敛性较好, 更加便于工程应用.

关键词: 分布式串行检测系统; 检测融合; 似然比判决规则

中图分类号: TP 274 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2008)10-1209-04

A Data Fusion Algorithm for Distributed Serial Detection Systems Based on Joint Optimization of Sensor Decision Thresholds

XIANG Ming, ZHANG Yaming, GE Xinlei

(School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: In order to reduce the computational complexity of optimal fusion algorithms with dependent sensor observations, a method for optimizing the system performance based on likelihood ratio decision rules is proposed. The basic idea of the method is to optimize the system performance by constraining the sensor decision rules to be likelihood ratio decision rules, and optimizing the sensor decision thresholds jointly. The necessary condition for the joint optimal sensor decision thresholds is derived for the distributed serial detection systems consisting of N sensors under Bayesian criterion, and the system equations that are satisfied by the optimal sensor decision thresholds are obtained. An iterative algorithm is also proposed to solve for the optimal sensor decision thresholds. Since the joint-optimization of sensor decision rules is simplified to the joint-optimization of decision thresholds, the amount of computational costs is reduced. The algorithm converges well and is more applicable in real applications.

Keywords: distributed serial detection systems; detection fusion; likelihood ratio decision rule

传感器判决规则的联合优化算法是分布式检测融合理论的一个重要研究内容^[1-6]. 文献[1]首先研究了并行结构融合系统中传感器判决规则的联合优化问题, 证明了在传感器观测独立的条件下, 最优传感器判决规则可简化为似然比门限判决规则. 但是,

在传感器观测相关的条件下, 最优传感器判决规则一般不能再简化为似然比判决规则, 因此为了优化系统检测性能, 就需要联合求解一组耦合的传感器判决函数, 而不是一组简单的判决门限^[2-4]. 这样一组耦合的传感器判决函数可以采用文献[3, 5]给出

的数值迭代算法进行求解,但是由于该算法需要对传感器观测空间进行离散化,因此算法计算量大,且收敛性较差.

本文研究传感器观测相关的条件下串行检测融合系统的性能优化问题. 为了避免求解耦合的传感器判决函数以及对传感器观测空间进行离散化,提出了一种各部传感器采用似然比判决规则的系统性能优化方法,给出了传感器判决门限联合最优化的必要条件,并通过仿真验证了融合算法的有效性.

1 系统性能优化问题描述

考虑图1所示的分布式检测系统,它由 N 部传感器构成,系统配置结构采用串行结构. 用 H_0 表示零假设,用 H_1 表示备选假设. 第1部传感器根据其观测量 y_1 直接进行判决,并将判决结果 $u_1 \in \{0, 1\}$ 传送至第2部传感器;第 k 部传感器则根据其观测量 y_k 及前一部传感器的判决 u_{k-1} 进行判决,并将判决结果 $u_k \in \{0, 1\}$ 传送至下一部传感器, $k=2, \dots, N$. 融合系统的最终判决由传感器 N 给出, $u_N=0$ 表示融合系统判决 H_0 为真, $u_N=1$ 表示判决 H_1 为真.

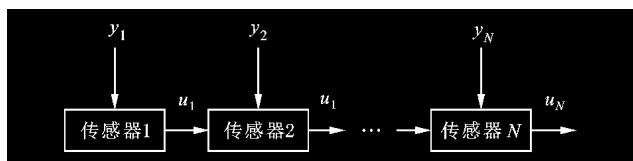


图1 分布式串行检测融合系统

给定 H_j 的先验概率 P_j 及代价权因子 $C_{ij}, i, j=0, 1$, 则融合系统的 Bayes 风险可以表示为

$$R_B = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 C_{ij} P_j P(u_N = i | H_j) = C_F P(u_N = 1 | H_0) - C_D P(u_N = 1 | H_1) + C \quad (1)$$

式中: $C_F = P_0(C_{10} - C_{00})$; $C_D = P_1(C_{01} - C_{11})$; $C = C_{01}P_1 + C_{00}P_0$. 由于 Bayes 风险 R_B 由系统中各部传感器的判决规则共同决定, 因此为了使 R_B 取得最小值, 需要联合优化各部传感器的判决规则. 在各部传感器观测相关的条件下, 由于最优传感器判决规则不是似然比判决规则且不易求解, 为此本文提出了一种次优的系统性能优化方法, 即限定各部传感器采用似然比判决规则, 并在此约束条件下联合优化各部传感器的判决门限.

记第 k 部传感器观测量 y_k 的似然比为 $\Lambda_k(y_k)$

$= \frac{p(y_k | H_1)}{p(y_k | H_0)}$, 其中 $p(y_k | H_j)$ 为 y_k 的条件概率密度函数, $j=0, 1, k=1, \dots, N$, 则传感器1的似然比判决规则可以表示为

$$\Lambda_1(y_1) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} T_1 \quad (2)$$

又因传感器 $k(k=2, \dots, N)$ 需要分别在 $u_{k-1}=0$ 及 $u_{k-1}=1$ 的条件下根据观测量 y_k 进行判决, 故其似然比判决规则可采用2个不同的判决门限. 记 $u_{k-1}=0$ 时传感器 k 采用的判决门限为 $T_{k,0}$, 记 $u_{k-1}=1$ 时采用的判决门限为 $T_{k,1}$, 则传感器 k 的判决规则可以表示为

$$\Lambda_k(y_k) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} u_{k-1} T_{k,1} + (1 - u_{k-1}) T_{k,0} \quad k=2, \dots, N \quad (3)$$

容易看出, 在 $u_{k-1}=i$ 的条件下, 式(3)等价于

$$\Lambda_k(y_k) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} T_{k,i} \quad k=2, \dots, N, \quad i=0, 1 \quad (4)$$

根据式(2)及式(3)易知, 给定传感器判决门限 T_1 及 $T_{k,0}, T_{k,1}, k=2, \dots, N$, 则各部传感器的判决规则就可以完全确定. 因此, 在限定各部传感器采用似然比判决规则的条件下, 系统性能优化问题就可以用联合求解一组传感器判决门限 $\{T_1, T_{2,0}, T_{2,1}, \dots, T_{N,0}, T_{N,1}\}$ 来表示, 以使系统 Bayes 风险 R_B 取得最小值.

2 传感器判决门限的联合最优化

假设系统中各部传感器均采用似然比门限判决规则, 且记似然比 $\Lambda_1, \dots, \Lambda_N$ 的联合条件概率密度函数为 $p(\Lambda_1, \dots, \Lambda_N | H_j), j=0, 1$, 则各部传感器判决门限联合最优化的必要条件由以下定理给出.

定理1 考虑由 N 部传感器构成的分布式串行检测融合系统, 其各部传感器分别采用由式(2)及式(3)给出的似然比判决规则. 假设最优传感器判决门限 $\{T_1, T_{2,0}, T_{2,1}, \dots, T_{N,0}, T_{N,1}\}$ 使系统 Bayes 风险 R_B 取得最小值, 则 $\{T_1, T_{2,0}, T_{2,1}, \dots, T_{N,0}, T_{N,1}\}$ 满足如下必要条件:

(1) 传感器1的最优判决门限 T_1 可以表示为

$$T_1 = C_F \int_0^\infty \dots \int_0^\infty A(\Lambda_2, \dots, \Lambda_N) \cdot p(\Lambda_2, \dots, \Lambda_N | T_1, H_0) d\Lambda_2 \dots d\Lambda_N / (C_D \int_0^\infty \dots \int_0^\infty A(\Lambda_2, \dots, \Lambda_N) \cdot p(\Lambda_2, \dots, \Lambda_N | T_1, H_1) d\Lambda_2 \dots d\Lambda_N) \quad (5)$$

式中

$$A(\Lambda_2, \dots, \Lambda_N) = P(u_N = 1 | u_1 = 1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_N) - P(u_N = 1 | u_1 = 0, \Lambda_2, \dots, \Lambda_N)$$

(2) 传感器 k 的最优判决门限 $T_{k,i}$ 可以表示为

$$T_{k,i} = C_F \int_0^\infty \dots \int_0^\infty A(\Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N) \cdot p(\Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N, u_{k-1} = i | T_{k,i}, H_0) d\Lambda_{k+1} \dots d\Lambda_N / (C_D \int_0^\infty \dots \int_0^\infty A(\Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N) \cdot p(\Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N, u_{k-1} = i | T_{k,i}, H_1) d\Lambda_{k+1} \dots d\Lambda_N) \quad (6)$$

式中 $k = 2, \dots, N-1, i = 0, 1$

$$A(\Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N) = P(u_N = 1 | u_k = 1, \Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N) - P(u_N = 1 | u_k = 0, \Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N)$$

(3) 传感器 N 的最优判决门限可以表示为

$$T_{N,i} = \frac{C_F P(u_{N-1} = i | T_{N,i}, H_0)}{C_D P(u_{N-1} = i | T_{N,i}, H_1)} \quad i = 0, 1 \quad (7)$$

证明 首先证明式(6)成立. 根据式(1), 系统 Bayes 风险 R_B 关于门限 $T_{k,i}$ 的偏导数为

$$\frac{\partial R_B}{\partial T_{k,i}} = C_F \frac{\partial P(u_N = 1 | H_0)}{\partial T_{k,i}} - C_D \frac{\partial P(u_N = 1 | H_1)}{\partial T_{k,i}} \quad k = 2, \dots, N-1, i = 0, 1 \quad (8)$$

又, 容易证明

$$P(u_N = 1 | H_j) = \sum_{i=0}^1 \int_0^\infty \dots \int_0^\infty P(u_N = 1 | u_k = i, \Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N) \cdot p(\Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N, u_k = i | H_j) d\Lambda_{k+1} \dots d\Lambda_N \quad j = 0, 1 \quad (9)$$

由于

$$p(\Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N, u_k = 0 | H_j) = p(\Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N | H_j) - p(\Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N, u_k = 1 | H_j)$$

对式(9)进行简单整理可得

$$P(u_N = 1 | H_j) = C_k + \int_0^\infty \dots \int_0^\infty A(\Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N) \cdot \frac{p(T_{k,i} | H_1)}{p(T_{k,i} | H_0)} = \frac{C_F \int_0^\infty \dots \int_0^\infty A(\Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N) p(\Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N, u_{k-1} = i | T_{k,i}, H_0) d\Lambda_{k+1} \dots d\Lambda_N}{C_D \int_0^\infty \dots \int_0^\infty A(\Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N) p(\Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N, u_{k-1} = i | T_{k,i}, H_1) d\Lambda_{k+1} \dots d\Lambda_N}$$

又, 根据似然比条件概率密度函数的性质易知 $T_{k,i} = p(T_{k,i} | H_1) / p(T_{k,i} | H_0)$, 因此根据上式, 式(6)成立. 由于式(5)及式(7)的证明与式(6)相似, 故在此予以省略.

$$p(\Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N, u_k = 1 | H_j) d\Lambda_{k+1} \dots d\Lambda_N \quad (10)$$

式中

$$A(\Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N) = P(u_N = 1 | u_k = 1, \Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N) - P(u_N = 1 | u_k = 0, \Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N)$$

$$C_k = \int \dots \int P(u_N = 1 | u_k = 0, \Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N) \cdot p(\Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N | H_j) d\Lambda_{k+1} \dots d\Lambda_N$$

又, 容易证明

$$p(\Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N, u_k = 1 | H_j) = \sum_{i=0}^1 \int_0^\infty P(u_k = 1 | \Lambda_k, u_{k-1} = i) \cdot p(\Lambda_k, \dots, \Lambda_N, u_{k-1} = i | H_j) d\Lambda_k \quad (11)$$

根据式(4), 由于

$$P(u_k = 1 | \Lambda_k, u_{k-1} = i) = \begin{cases} 1 & \Lambda_k \geq T_{k,i} \\ 0 & \Lambda_k < T_{k,i} \end{cases}$$

故式(11)可以表示为

$$p(\Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N, u_k = 1 | H_j) = \sum_{i=0}^1 \int_{T_{k,i}}^\infty p(\Lambda_k, \dots, \Lambda_N, u_{k-1} = i | H_j) d\Lambda_k$$

将其代入式(10), 经简单整理可得

$$P(u_N = 1 | H_j) = C_k + \sum_{i=0}^1 \int_{T_{k,i}}^\infty \left\{ \int_0^\infty \dots \int_0^\infty A(\Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N) \cdot p(\Lambda_k, \dots, \Lambda_N, u_{k-1} = i | H_j) d\Lambda_{k+1} \dots d\Lambda_N \right\} d\Lambda_k$$

由于 C_k 与 $T_{k,i}$ 无关, 故根据上式立即可得

$$\frac{\partial P(u_N = 1 | H_j)}{\partial T_{k,i}} = - \int_0^\infty \dots \int_0^\infty A(\Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N) \cdot p(T_{k,i}, \Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N, u_{k-1} = i | H_j) d\Lambda_{k+1} \dots d\Lambda_N = - p(T_{k,i} | H_j) \int_0^\infty \dots \int_0^\infty A(\Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N) \cdot p(\Lambda_{k+1}, \dots, \Lambda_N, u_{k-1} = i | T_{k,i}, H_j) \cdot d\Lambda_{k+1} \dots d\Lambda_N, \quad j = 0, 1 \quad (12)$$

假设 $\{T_1, T_{2,0}, T_{2,1}, \dots, T_{N,0}, T_{N,1}\}$ 使系统 Bayes 风险 R_B 取得最小值, 则有 $\partial R_B / \partial T_1 = 0, \partial R_B / \partial T_{k,i} = 0, k = 2, \dots, N, i = 0, 1$. 将式(12)代入式(8), 并令 $\partial R_B / \partial T_{k,i} = 0$, 经简单整理可得

根据定理 1, 在各部传感器采用似然比判决规则的条件下, 为了获得最优系统检测性能, 需要根据式(5)~式(7)联合求解 $2N-1$ 个最优传感器判决门限 $\{T_1, T_{2,0}, T_{2,1}, \dots, T_{N,0}, T_{N,1}\}$. 通常, 这样一组

最优判决门限需要采用数值迭代算法进行求解,具体算法如下.

(1)任意选择一组初始判决门限 $T_1^{(0)}, T_{k,i}^{(0)}$, $k=2, \dots, N, i=0, 1$, 并计算相应的系统 Bayes 风险 $R_B^{(0)}$. 设置循环变量 $n=1$, 设置循环终止控制量 $\zeta > 0$.

(2)对于第 1 部传感器, 固定 $\{T_{2,i}^{(n-1)}\}_{i=0}^1, \dots, \{T_{N,i}^{(n-1)}\}_{i=0}^1\}$, 并根据式(5)求解判决门限 $T_1^{(n)}$. 同样, 对于第 k 部传感器, $k=2, \dots, N-1$, 固定 $\{T_1^{(n)}, \{T_{2,i}^{(n)}\}_{i=0}^1, \dots, \{T_{k+1,i}^{(n)}\}_{i=0}^1, \{T_{N,i}^{(n-1)}\}_{i=0}^1, \dots, \{T_{N,i}^{(n-1)}\}_{i=0}^1\}$, 并根据式(6)求解判决门限 $T_{k,i}^{(n)}, i=0, 1$. 对于第 N 部传感器, 则固定 $\{T_1^{(n)}, \{T_{2,i}^{(n)}\}_{i=0}^1, \dots, \{T_{N-1,i}^{(n)}\}_{i=0}^1\}$, 并根据式(7)求解 $T_{N,i}^{(n)}, i=0, 1$.

(3)计算 $\{T_1^{(n)}, \{T_{2,i}^{(n)}\}_{i=0}^1, \dots, \{T_{N,i}^{(n)}\}_{i=0}^1\}$ 对应的系统 Bayes 风险 $R_B^{(n)}$. 如果 $R_B^{(n-1)} - R_B^{(n)} > \zeta$, 则令 $n=n+1$ 并转至第 2 步继续循环, 否则终止循环并认为 $\{T_1^{(n)}, \{T_{2,i}^{(n)}\}_{i=0}^1, \dots, \{T_{N,i}^{(n)}\}_{i=0}^1\}$ 即为各部传感器的最优判决门限.

需要指出的是, 为了根据定理 1 求解最优传感器判决门限, 需要利用条件概率密度函数 $p(\Lambda_1, \dots, \Lambda_N | H_j)$. 记各部传感器观测量 $y_1, \dots, y_N$ 的联合条件概率密度函数为 $p(y_1, \dots, y_N | H_j)$. 由于 $\Lambda_k = \Lambda_k(y_k), k=1, \dots, N$, 所以利用概率论中有关随机变量函数的概率分布的相关知识, 根据 $p(y_1, \dots, y_N | H_j)$ 容易求得 $p(\Lambda_1, \dots, \Lambda_N | H_j), j=0, 1$.

3 仿真实验

考虑一个简单的双传感器串行检测系统, 假设 2 部传感器的观测量 y_1, y_2 服从如下高斯分布

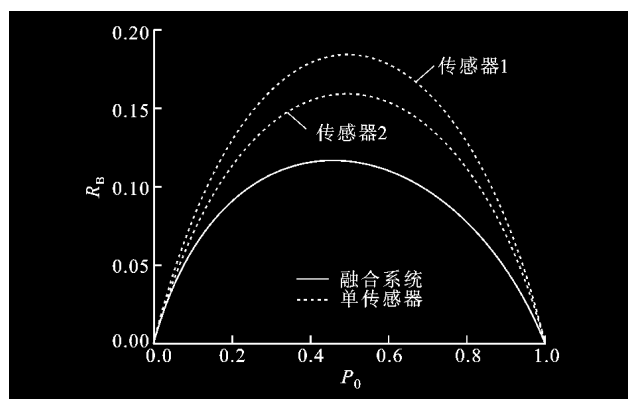
$$p(y_k | H_1) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \exp\left\{-\frac{(y_k - a_k)^2}{2}\right\}$$

$$p(y_k | H_0) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \exp\left\{-\frac{y_k^2}{2}\right\}, \quad k=1, 2$$

记 y_1, y_2 在 H_0 下的相关系数为 ρ_0 , 在 H_1 下的相关系数为 ρ_1 , 那么 2 部传感器的最优判决门限可采用第 2 节给出的数值迭代算法进行求解.

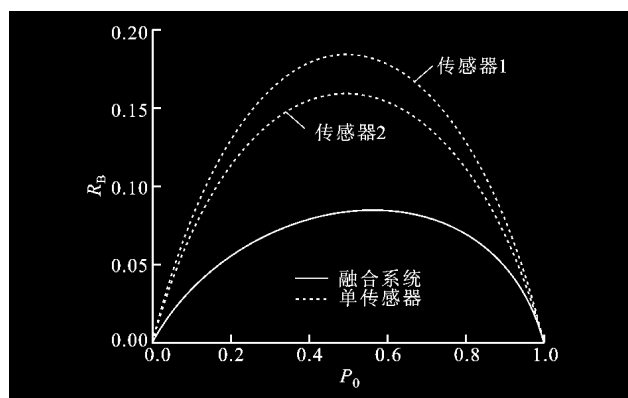
假设融合系统的性能优化准则采用最小错误概率准则, 即 $C_{00}=C_{11}=0, C_{10}=C_{01}=1$. 令 $a_1=2.0, a_2=1.8, \rho_0=0, \rho_1=0.5$, 则融合系统的 Bayes 风险随先验概率 P_0 的变化关系如图 2 所示. 图中, 虚线代表 2 部传感器分别采用 Bayes 判决规则时的检测性能. 根据图 2 可以看出, 融合系统的检测性能比单传感器有明显提高. 若 a_1, a_2 及 ρ_0 不变, 并令 $\rho_1=-0.5$, 则融合系统的检测性能如图 3 所示. 根据图

3 可以看出, 在 $\rho_1=-0.5$ 的条件下, 融合系统检测性能的提高更加明显.



$$a_1=2.0, a_2=1.8, \rho_0=0$$

图 2 融合系统的 Bayes 风险($\rho_1=0.5$)



$$a_1=2.0, a_2=1.8, \rho_0=0$$

图 3 融合系统的 Bayes 风险($\rho_1=-0.5$)

4 结 论

本文研究了分布式串行检测融合系统的性能优化方法. 融合系统由 N 部传感器构成, 系统性能优化准则采用 Bayes 准则. 在各部传感器观测相关的条件下, 限定各部传感器采用似然比判决规则, 并在该约束条件下对传感器的判决门限进行联合最优化. 本文推导了传感器判决门限联合最优化的必要条件, 并根据该必要条件给出了求解最优判决门限的数值迭代算法. 仿真结果表明, 采用本文融合算法对系统性能进行优化, 获得了明显优于单部传感器的检测性能.

参考文献:

- [1] TENNEY R R, Jr SANDELL N R. Detection with distributed sensors [J]. IEEE Trans on Aerospace Electron Syst, 1981, 17(4): 501-510.
- [2] WILLETT P, SWASZEK P F, BLUM R S. The

- good, bad and ugly: distributed detection of a known signal in dependent Gaussian noise [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2000, 48(12):3266-3279.
- [3] ZHU Yunmin, BLUM R S, LUO Zhiquan, et al. Unexpected properties and optimum distributed sensor detectors for dependent observation cases [J]. IEEE Trans on Automat Contr, 2000, 45(1):62-72.
- [4] YAN Qing, BLUM R S. Distributed signal detection under the Neyman-Pearson criterion [J]. IEEE Trans on Inform Theory, 2001, 47(5):1368-1377.
- [5] TANG Zhuangbo, PATTIPATI K R, KLRINMSN D L. A distributed M-ary hypothesis testing problem with correlated observations [J]. IEEE Trans on Automat Contr, 1992, 37(7):1042-1046.
- [6] VARSHNEY P K. Distributed detection and data fusion[M]. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1996.

(编辑 苗凌)